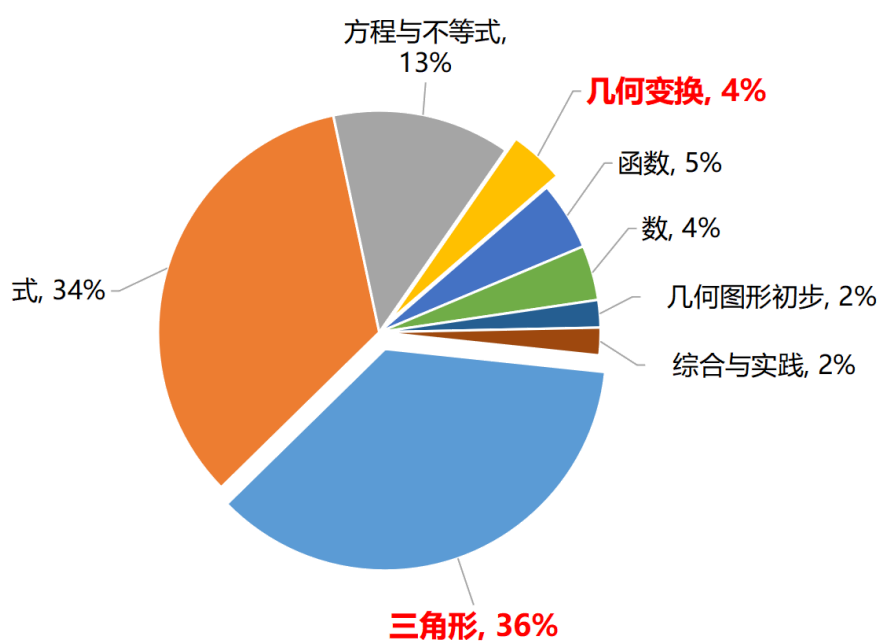


第1讲角平分线的性质与判定

角平分线是全等三角形判定知识的运用和延续，是《轴对称与角平分线初步》的后续模块，主要包括角平分线的性质、判定及其常见辅助线，在考试中考察形式较为多样，大题小题均有涉及，其中模型部分综合性较强，需要学生熟练运用全等三角形、角平分线等知识

本模块难度较高，适用于角平分线的专题学习，本模块分为角平分线的性质与判定、角平分线模型2讲内容，配套练习与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼

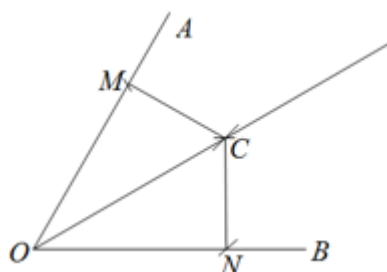


知识点	难度	考频
角平分线的作图	★★	低
角平分线的性质	★★★	高
角平分线的判定	★★★	高
角平分线的模型	★★★★★	高

一、角平分线的画法

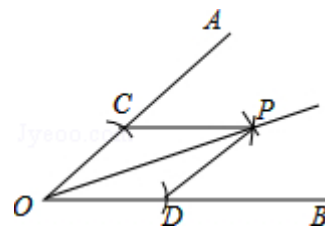
已知： $\angle AOB$ ．求作： $\angle AOB$ 的平分线．作法：

- (1) 以 O 为_____，适当长为_____画弧，交 OA 于 M ，交 OB 于 N ．
- (2) 分别以_____为圆心，_____的长为半径画弧，两弧在 $\angle AOB$ 的内部交于点 C ．
- (3) 画射线 OC ．射线 OC 即为所求（如图所示）．



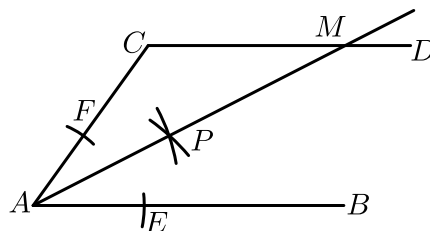
栗子1

1. 尺规作图作 $\angle AOB$ 的平分线方法如下：以 O 为圆心，任意长为半径画弧交 OA 、 OB 于 C 、 D ，再分别以点 C 、 D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 长为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 OP ，由作法可得 $\triangle OCP \cong \triangle ODP$ ，判定这两个三角形全等的根据是（ ）．



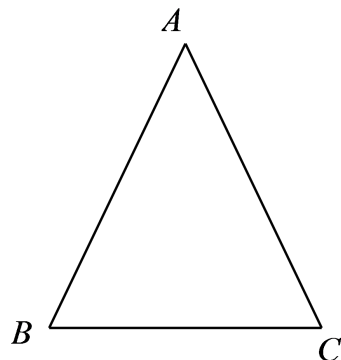
- A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS

2. 如图， $AB \parallel CD$ ，以点 A 为圆心，小于 AC 的长为半径画弧，分别交 AB ， AC 于点 E ， F ，再分别以点 E ， F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 AP ，交 CD 于点 M ，若 $\angle CMA = 25^\circ$ ，则 $\angle C$ 的度数为（ ）．



- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

3. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = \angle ACB$.



- (1) 尺规作图：过顶点 A 作 $\triangle ABC$ 的角平分线 AD ；（不写作法，保留作图痕迹）
 (2) 在 AD 上任取一点 E ，连接 BE 、 CE . 求证： $\triangle ABE \cong \triangle ACE$.

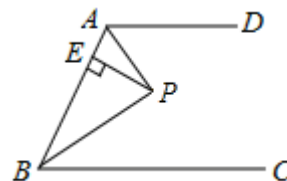
二、角平分线的性质与判定

	角平分线的性质	角平分线的判定
图形		
概念	角的平分线上的点到角的两边的	角的_____到角的两边的_____的 点在角的平分线上
已知	OP 平分 $\angle AOB$, $PD \perp OA$ 于 D , $PE \perp OB$ 于 E	$PD = PE$, $PD \perp OA$ 于 D , $PE \perp OB$ 于 E
结论	_____	_____

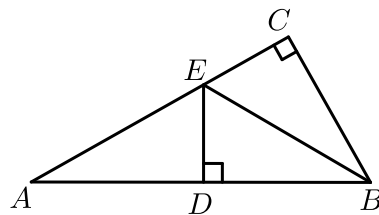
1. 角平分线的性质

栗子3

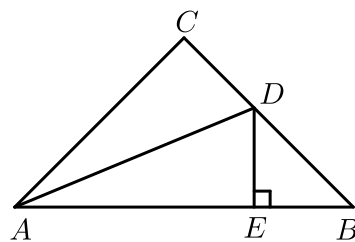
4. 如图， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BP 与 $\angle BAD$ 的平分线 AP 相交于点 P ，作 $PE \perp AB$ 于点 E ，若 $PE = 3$ ，则点 P 到 AD 与 BC 的距离之和为（ ）。



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ， $DE \perp AB$ 于点 D ，如果 $AC = 3\text{cm}$ ，那么 $AE + DE$ 等于（ ）。



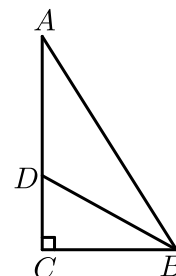
- A. 2cm B. 3cm C. 4cm D. 5cm
6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E ，若 $AB = 8$ ，则 $\triangle DEB$ 的周长为（ ）。



- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

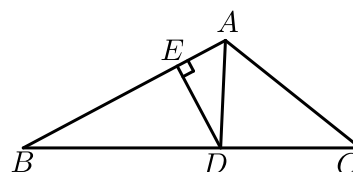
栗子4

7. 如右图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 。若 $CD = 3$ ， $BC + AB = 16$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）。



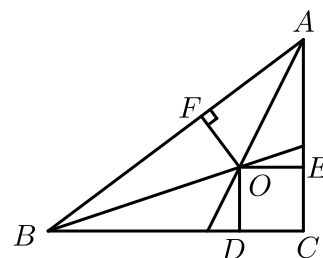
- A. 16 B. 18 C. 24 D. 32

8. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 的角平分线 AD 与边 BC 交于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E ， $S_{\triangle ABC} = 28$ ， $DE = 4$ ， $AC = 6$ ，则 AB 的长为 _____。



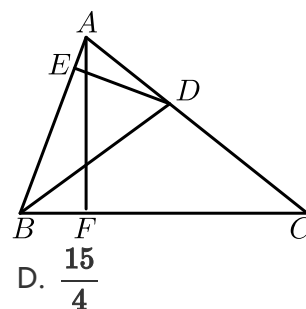
栗子5

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， O 为 $\triangle ABC$ 的三条角平分线的交点， $OD \perp BC$ ， $OE \perp AC$ ， $OF \perp AB$ ，点 D 、 E 、 F 分别是垂足，且 $AB = 10\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ， $CA = 6\text{cm}$ ，则点 O 到三边 AB 、 AC 和 BC 的距离分别为（ ）。



- A. 2cm、2cm、2cm B. 3cm、3cm、3cm C. 4cm、4cm、4cm D. 2cm、3cm、5cm

10. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 6$ ， BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， $DE \perp AB$ 于点 E ， $AF \perp BC$ 于点 F ，若 $DE = 2$ ，则 AF 的长为（ ）。

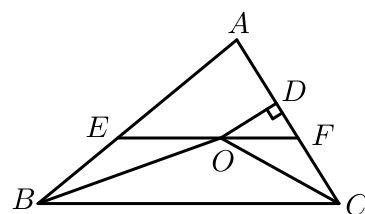


- A. 3 B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{15}{4}$

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 O ，过点 O 作 $EF \parallel BC$ 交 AB 于 E ，交 AC 于 F ，过点 O 作 $OD \perp AC$ 于 D ，下列结论：

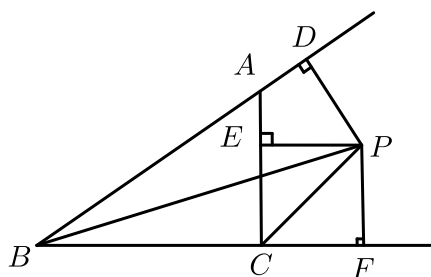
- ① $EF = BE + CF$ ；
- ② 点 O 到 $\triangle ABC$ 各边的距离相等；
- ③ $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ ；
- ④ 设 $OD = m$ ， $AE + AF = n$ ，则 $S_{\triangle AEF} = mn$ ；
- ⑤ $AD = \frac{1}{2}(AB + AC - BC)$ 。

其中正确的结论是 _____。



2. 角平分线的判定

12. 如图，点 P 是 $\triangle ABC$ 外的一点， $PD \perp AB$ 于点 D ， $PF \perp BC$ 于点 F ，连接 PB ， PC ，若 $PD = PE = PF$ ， $\angle BAC = 70^\circ$ ，则 $\angle BPC$ 的度数为（ ）。



A. 25°

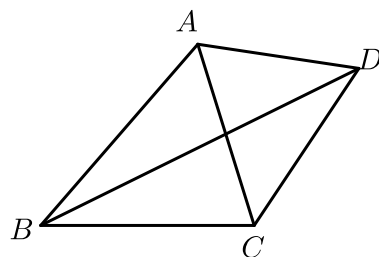
B. 30°

C. 35°

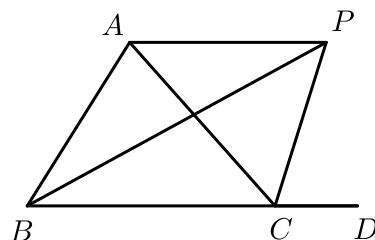
D. 40°

栗子7

13. 已知：四边形 $ABCD$ 中，对角线 BD 平分 $\angle ABC$ ， $\angle ACB = 72^\circ$ ， $\angle ABC = 50^\circ$ ，并且 $\angle BAD + \angle CAD = 180^\circ$ ，那么 $\angle BDC$ 的度数为_____。



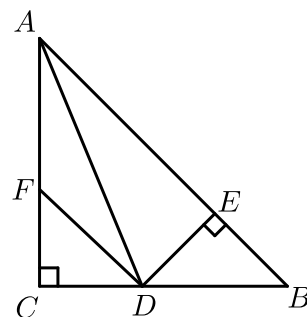
14. 如图， $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线 CP 与内角 $\angle ABC$ 平分线 BP 交于点 P ，若 $\angle BPC = 40^\circ$ ，则 $\angle CAP =$ _____。



3. 综合应用

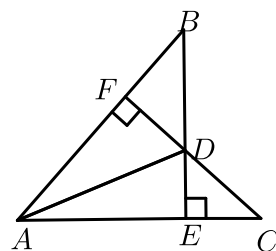
栗子8

15. 如图：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线， $DE \perp AB$ 于 E ， F 在 AC 上， $BD = DF$ 。

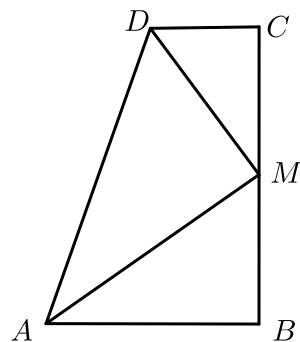


- (1) 证明： $CF = EB$ 。
(2) 证明： $AB = AF + 2EB$ 。

16. 如图，已知 $BE \perp AC$ 于 E ， $CF \perp AB$ 于 F ， BE 、 CF 相交于点 D ，若 $BD = CD$ ．求证： AD 平分 $\angle BAC$ ．

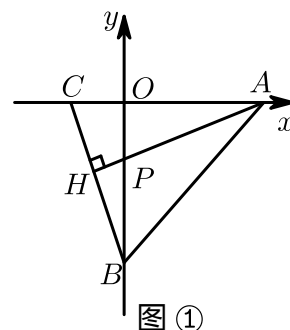


17. 已知：如图， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ， M 是 BC 的中点， DM 平分 $\angle ADC$ ．
求证： AM 平分 $\angle DAB$ ．

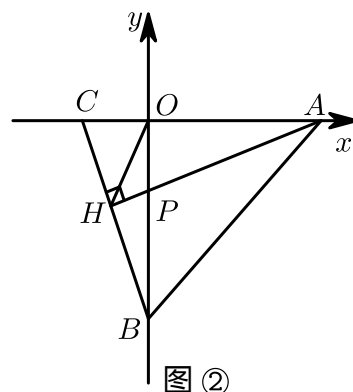


18. 如图所示，直线 AB 交 x 轴于点 $A(4, 0)$ ，交 y 轴于点 $B(0, -4)$ 。

(1) 如图①，若 C 的坐标为 $(-1, 0)$ ，且 $AH \perp BC$ 于点 H ， AH 交 OB 于点 P ，试求点 P 的坐标。



(2) 如图②，在(1)的条件下，连接 OH ，求 $\angle OHC$ 的度数。



(3) 如图③，若点 D 为 AB 的中点，点 M 为 y 轴正半轴上一动点，连接 MD ，过 D 作 $DN \perp DM$ 交 x 轴于 N 点，当 M 点在 y 轴正半轴上运动的过程中，式子 $S_{\triangle BDM} - S_{\triangle ADN}$ 的值是否发生改变？如发生改变，求出该式子的值的变化范围；若不改变，求该式子的值。

